

Compte rendu une séance en mathématiques en C.P.

Des élèves d'une classe de CP, en fin d'année, ont manipulé, lors d'une première séance, des allumettes afin de concevoir un outil qui leur servira en numération (cf la situation « les fourmillions »¹ de Ermel²).

Lors d'une première séance, les élèves sont confrontés à la nécessité d'estimer une grande quantité d'allumettes. Ils prennent alors conscience de l'urgence d'inventer des stratégies de dénombrement efficaces et rapides. Cela les mènera à la découverte des groupements qui sont à la base de notre système décimal

1. Phase écrite

Afin de poursuivre ce travail, il semblait important que les enfants donnent du sens à cette activité. Pour cela, l'enseignante leur a demandé individuellement de raconter sur papier ce qu'ils avaient fait lors de cette première séance et a construit sa deuxième séance à partir de ces écrits.

Les erreurs orthographiques ont été corrigées et chacun a tapé sa proposition sur l'ordinateur.

On a fait les mathématiques avec
des allumettes. On a compté
de 10 en 10.

Gaëlle

On a fait des mathématiques avec des allumettes. On a compté de dix en dix.

Gaëlle

Flavien

Il y avait plein d'allumettes
et on a compté de plusieurs
façons. On a compté de 10 en 10.

Il y avait plein d'allumettes et on a compté de plusieurs façons. On a compté de 10 en 10.

Flavien

¹ Activité du module « désignations écrites et orales des nombres » dans le chapitre « Connaître les nombres » de ERMEL, *Apprentissages numériques*, Hatier, 1993

²ERMEL, équipe de didactique des mathématiques à l' INRP

Jeudi, il s'est passé des choses
~~très~~ très bien. On ~~sa~~ ^{compte} qu'on le
les allumettes ^{parce qu'} parce que on ^{n'arrivait} n'arrivait pas
à ~~savoir~~ ^{savoir} combien il en
avait. ^{y en}

GARLONN

Jeudi, il s'est passé des choses très bien. On a compté les allumettes parce qu'on n'arrivait pas à savoir combien il y en avait.

Garlonn

Jeudi, Catherine nous ~~la~~ ² fait voir
des allumettes. Il fallait les compter.
On les a comptées de 10 en 10 et les a attachées
attachées.
Chloé

Jeudi, Catherine nous a fait voir des allumettes. Il fallait les compter. On les a comptées de 10 en 10 et on les a attachées.

Chloé

Ophélie Catherine ~~elle~~ ² a dit qu'il y a
beaucoup d'allumettes. ~~et~~ ^{alors} alors, que faire?
« oui Julien on peut compter
de 10 en 10. »
de

Catherine a dit qu'il y a beaucoup d'allumettes. Alors, que faire ?

« Oui Julien on peut compter de 10 en 10. »

Ophélie

L'enseignante a ensuite choisi de recopier sur des affiches leurs écrits. Seule la partie qui lui semblait la plus pertinente pour faire avancer le groupe-classe a été retranscrite. Certains de ces écrits regroupent les idées de plusieurs enfants (dans ce cas, plusieurs prénoms apparaissent).

Elle a hiérarchisé celles-ci afin de leur permettre de se rappeler l'ordre chronologique des événements et de comprendre pourquoi chaque étape avait eu lieu. Elle en profitera au moment opportun pour mettre en place des connaissances. (Apport de vocabulaire : unité, dizaine ; convention...).

2. plan de la séance :

a) introduction :

L'enseignante rappelle ce que les enfants devaient faire à savoir raconter ce qui s'était passé lors de la première séance.

« J'ai lu avec beaucoup d'attention ce que vous avez écrit et nous allons prendre un petit moment pour en parler. »

b) affichage des productions et discussion

La démarche employée consiste dans l'usage de l'alternance écrit/oral pour stimuler la recherche des enfants et leur capacité de construire le concept de groupement. Leurs écrits sont formalisés grâce à des affiches. Cela permet de voir comment la recherche rebondit sur leurs premières affirmations et leurs prises de conscience, comment ils s'approprient la tâche et sa signification. La parole du maître est très importante à cet instant.

- **Affichage des propositions de Marine et Gaëlle :**

« On a fait des mathématiques avec des allumettes. »

La question suivante a été posée : « Qu'est-ce qui vous a permis de dire qu'on faisait des mathématiques ? »

Réponses données :

- il fallait compter les allumettes
- il fallait savoir combien il y avait d'allumettes
- on a proposé des nombres
- on a compté les allumettes par dix

- **Affichage de trois nouvelles propositions**

« Catherine a dit qu'il y a beaucoup d'allumettes. Alors que faire ? » (Ophélie)

« Il y avait plein d'allumettes et on a compté de plusieurs façons. » (Flavien)

« On a compté les allumettes parce qu'on n'arrivait pas à savoir combien il y en avait. » (Garlonn)

Ces propositions permettent de mettre en évidence le problème posé et l'enjeu de la situation. Elles sont reprises par l'enseignante :

« Il y a beaucoup d'allumettes, nous ne sommes pas d'accord sur leur nombre donc il va falloir les compter pour savoir combien il y en a. »

Puis elle demande aux enfants de se remémorer les procédures de comptage utilisées et intervient pour qu'ils comprennent bien pourquoi ils en ont proposé plusieurs.

- comptage de 1 en 1 : « Pourquoi avons-nous arrêté ? » c'était trop long

- comptage de 5 en 5 : « Pourquoi l'avons-nous utilisé ? » c'était plus rapide mais quand même long
- comptage de 10 en 10 : affichage de la proposition qui regroupe la majorité de ce qu'ont écrit les élèves « On les a comptées de 10 en 10. »
- reprise de la proposition d'un enfant : le comptage de 20 en 20 « C'était une bonne idée ; cela pouvait marcher aussi. »

Elle a alors introduit le fait que dans la communauté des mathématiciens, une convention a été choisie.

« Une règle a été créée par les mathématiciens de nombreux pays. Pour compter les objets, on a décidé de les compter par dix. Dans certains pays comme la Chine, avec le boulier, on compte par 5 ou par 2. »

- **Affichage des propositions de Matthieu, Chloé et Warren.**

« On a fait des paquets de 10. » (Matthieu)

« On les a attachés. » (Chloé)

« avec un élastique » (Warren)

« Vous souvenez vous comment nous avons appelé un paquet de dix ? »

- rappel du mot dizaine
- une allumette toute seule représente une unité
- un paquet de dix allumettes est une dizaine d'allumettes

- **Affichage de la proposition d'Alboury**

« On a compté de 10 en 10 avec les allumettes et après on les a mises dans des sachets. »

L'enseignante a rappelé le fait qu'un des élèves n'avait pas compris pourquoi ils devaient mettre 10 paquets dans un sachet.

« Matthieu n'avait pas compris pourquoi nous avons mis dix paquets dans un sachet. Aurions-nous pu faire autrement ? »

C'est l'occasion pour se remémorer qu'ils n'étaient toujours pas d'accord sur le nombre exact d'allumettes et d'évoquer à nouveau le choix conventionnel du groupement par dix.

c) traduction écrite du nombre d'allumettes dans un sachet

Le matériel « allumettes », paquets et sachets, est ressorti. L'enseignante peut lancer la prochaine situation problème. (« J'aimerais que vous trouviez une écriture mathématique pour que nous nous souvenions de ce qu'il y a dans un sachet »)

Cette démarche a permis de mettre en lumière plusieurs points :

- importance du rôle des bilans de séances pour construire la suite d'une progression : comment se servir des traces demandées aux enfants pour lancer ou relancer une activité ?
- des enfants de CP sont capables de rester attentifs assez longtemps (environ 30 mn) à partir du moment où ils se sentent impliqués dans l'activité et où leur parole est prise en compte.
- les écrits ont un rôle de levier pour engager les élèves à mener une réflexion à propos de ce qu'ils sont en train d'apprendre.
- les écrits permettent aussi de renvoyer à l'élève la manière dont il évoque le savoir en jeu, lui donnant ainsi l'occasion de prendre conscience de la manière dont il apprend.
- une dialectique écrit/oral peut permettre aux élèves de faire évoluer leur pensée. Les échanges oraux organisés à partir des écrits individuels sont nécessaires parce qu'ils permettent, à travers l'expression et l'écoute, de débattre, d'argumenter, de préciser, de suggérer, d'élaborer un langage commun.

Argumenter en numération en CM2

- **1^{ère} séance :**

Chaque élève doit répondre par écrit à la consigne suivante : « *Explique à ta manière pourquoi il y a un 0 dans 502.* »

Les écrits sont ramassés et l'enseignante va les analyser pour construire la séance suivante :

- 16 élèves ont fait référence au nombre 52
- 3 élèves écrivent explicitement qu'il n'y a pas de dizaine
- 1 élève utilise l'expression « 0 de position »
- 2 élèves se réfèrent au tableau de numération c d u
- 1 élève se réfère à la régularité de la suite écrite des nombres
- 1 élève écrit explicitement que le 0 est important

Elle sélectionne certains écrits qui lui semblent pertinents.

- **2^{ème} séance :**

Elle a pour objectif d'amener les élèves à préciser leur pensée en leur demandant leur avis sur les réponses données par certains de leurs camarades.

Sept des réponses ont été écrites au tableau.

- 1) *Il y a un zéro parce qu'il représente les dizaines et qu'il y a 0 dizaine.*
- 2) *Il y a un 0 dans 502 car s'il n'y en avait pas ça ferait 52 et non 502 car dans notre langue, le zéro est un zéro de position*
- 3) *Il y a un 0 parce que s'il n'y a pas de 0 dans 502 ça ferait 52*

<i>cdu¹</i>
<i>502</i>
<i>52</i>
- 4) *parce qu'il y a 5 centaines et 2 unités alors on doit mettre un 0 parce qu'on ne peut pas dire 5c2u c'est logique*
- 5) *car si on enlève le 0, il y a un trou entre le 5 des c et le 2 des d*
- 6) *Il y a un 0 car si on l'enlevait, ça ferait 52 donc le zéro remplace les dizaines*
- 7) *Parce que le 0 ne se voit pas*

Les propositions vont être étudiées par les enfants suivant celles sur lesquelles ils ont envie de s'exprimer. L'enseignante n'impose pas l'ordre mais demande simplement de donner un avis au moment où la proposition est évoquée, aucun retour ne sera fait ultérieurement.

Phase 1

Voici les échanges de certains élèves concernant :

➤ **la proposition 5 :**

- On dit qu'il y a un trou entre le 5 des centaines et le 2 des dizaines mais le 2 est dans les unités pas dans les dizaines
- Quand il y a 5 centaines, c'est bon mais si on enlève le 0, il y aurait un trou entre 5 et
- L'unité ne peut pas devenir des dizaines. C'est plutôt le 5 qui deviendrait des dizaines.
- Si on met le 5 dans les dizaines et le 2 dans les unités, il n'y aurait plus de trou.

➤ **la proposition 7 :**

¹ centaine-dizaine-unité

- Si le 0 ne se voyait pas, ça ferait 52. Il n'y aurait pas de dizaines. Il n'y aurait rien dans les dizaines.
- On pourrait mettre un point à la place du zéro. Mais sur une calculatrice, le point, c'est la virgule. Ça ferait 5,2.

L'enseignante fait remarquer que le 0 a une importance.

Si on le met, ça montre bien que c'est 502. C'est dans les 500.

L'enseignante interroge l'élève qui a écrit la proposition 7 afin qu'il puisse préciser sa pensée, ce qu'il n'arrive pas à faire.

Peut être qu'il voulait dire que le zéro ne s'entend pas. On ne dit pas cinq zéro deux.

L'enseignante fait remarquer que dans 52, on ne voit ni n'entend le zéro.

➤ la proposition 2

- Je trouve que c'est bon.
- Ça veut dire que le 0 doit être soit à la fin, soit au milieu. En fait le 0, c'est pour boucher les trous. Si on le met avant, ça ne sert à rien.

• Elle fait à nouveau préciser à l'élève concerné par la proposition ce qu'il voulait dire.

C'est-à-dire que le 0, on ne peut pas le mettre devant le nombre. Si on fait 502, on ne peut pas l'enlever, ça ferait 52. Le 0 a une importance.

➤ les propositions 4 et 6

- le 4, c'est pas logique parce qu'il dit deux fois la même chose. Et puis, soit on dit 5c2u, soit 5d2u.

L'enseignante rappelle alors l'activité sur les portraits des nombres et en écrit certains au tableau :

5c2u 502 5c0d2u

Un élève remarque alors : « Ça nous permet de voir à quelle place on met le 2 et le 5 »

➤ la proposition 1 :

- Dans le 1) on sait que le 0 c'est les dizaines, mais il n'explique pas pourquoi.
- Dans 502, il y a 0 dizaine

L'enseignante demande alors aux élèves de se prononcer sur la valeur de cette dernière proposition : « dans 502, il y a 0 dizaine. »

La majorité des élèves pensent que cette proposition est vraie.

Phase 2

L'enseignante propose le déroulement suivant : elle leur dit qu'elle n'est pas d'accord avec eux et qu'elle va donner des arguments pour défendre son point de vue.

« Je vous écris un autre portrait de 502 : 50d2u. Dans 502, il y a 50 dizaines, il n'y a pas 0 dizaine. »

Elle donne ensuite l'exemple du « t-shirt caché ». Elle enlève sa veste et dit : « quand j'ai chaud, j'enlève ma veste et vous voyez mon t-shirt. Quand j'ai froid, je remets ma veste et vous ne voyez plus mon t-shirt, il est caché mais pourtant il est toujours là. »

Elle sort alors le matériel « bâchettes » (dix bâchettes entourées par un élastique représentant une dizaine de bâchettes, des enveloppes contenant dix paquets de dix bâchettes représentant une centaine) qu'elle a utilisé avec une de ses élèves en difficulté.

Elle représente 502 avec ce matériel : 5 enveloppes et 2 bâchettes. Puis elle montre qu'il est possible de sortir tous les paquets de dix bâchettes des enveloppes. En les comptant, on en trouve 50. Parfois, elles peuvent être cachées dans les enveloppes et parfois non.

Elle demande aux élèves de se prononcer à nouveau sur la valeur de la proposition : « dans 502, il y a 0 dizaine. »

Presque tous pensent que les arguments apportés leur permettent de changer d'avis. Néanmoins, un des élèves fait la remarque suivante : « dans 520, tu ne pourras pas avoir 52 dizaines ».

L'enseignante reprend alors le matériel « bâchettes » pour représenter 520 : 5 enveloppes, 2 paquets de 10 puis elle ouvre les enveloppes et compte le nombre de paquets de dix bâchettes : 52.

Elle fait la remarque suivante :

- le chiffre des dizaines, c'est 2
- le nombre de dizaines, c'est 52
- dans 502, le chiffre des dizaines c'est 0 et le nombre de dizaines c'est 50.

Une élève propose : « Ça fait comme si le 0 avait deux métiers parce que des fois, il fait 0 et des fois il fait 50. »

L'enseignante reprend la remarque : « plus on a de costumes, plus on peut se déguiser »

Elle illustre ses propos avec 520 et le matériel « bâchettes ».

• On peut enlever toutes les bâchettes des enveloppes, détacher les élastiques, on aura 520 bâchettes. On peut uniquement enlever les paquets de 10 bâchettes des enveloppes et on aura 52 paquets de 10 bâchettes. Elle écrit le portrait 52d0u.

On peut laisser les paquets de dix bâchettes dans les enveloppes. On aura 5 enveloppes de 100 bâchettes et 2 paquets de 10 bâchettes. C'est le portrait 5c2d0u.

La proposition 1 est donc modifiée : Il y a un zéro parce qu'il représente le chiffre des dizaines mais il y a 50 dizaines dans 502.

• Quelques remarques à propos de cette situation :

On peut se rendre compte de la difficulté des élèves de l'école élémentaire de traduire avec des mots certains concepts, certaines connaissances déclaratives. Dans ce cas, il s'agit de faire la différence entre « chiffre des » et « nombre de ».

Malgré tout ce qui a pu être proposé avant : travail avec du matériel, mise en évidence de différentes manières d'écrire un nombre, les élèves ont du mal à traduire les connaissances sous-jacentes à ces activités.

Pourtant en CM2, ils construisent la technique opératoire de la division et pour cela ils doivent utiliser ces connaissances et lire par exemple le nombre de dizaines dans 520 pour trouver le quotient de la division euclidienne de ce nombre par 6 : combien de fois 6 dans 52 dizaines. Ils utilisent alors des connaissances procédurales qu'ils peuvent dire avec leurs mots. Ils le font certainement en utilisant les connaissances déclaratives de manière implicite.

On peut alors se poser la question : est-il nécessaire, pour faire évoluer les apprentissages, pour construire les concepts de demander aux élèves de mettre en mots les connaissances déclaratives. Si oui, lesquelles ? Et pourquoi ? Où est l'intérêt du maître ? Où est celui des élèves ?

Quelques extraits tirés du livre : vrai ou faux ? ... On en débat ! De l'argumentation à la preuve mathématique
Ermel INRP

Etat des propositions didactiques concernant l'argumentation mathématique.
Les conditions d'une réelle argumentation mathématique :

Une première hypothèse est que pour qu'une construction intellectuelle propre à un individu soit « institutionnalisée », il est nécessaire, au préalable, qu'elle ait fonctionné comme telle dans des débats scientifiques et des discussions entre élèves (G. Rousseau)

Une seconde hypothèse est que les élèves ne donneront leur véritable signification aux démarches de validation en mathématiques que si elles apparaissent comme des moyens fiables et efficaces pour établir la vérité d'une proposition.

Les situations vont donc avoir pour but de poser des problèmes dont l'enjeu est une preuve et d'amener les élèves à prendre la responsabilité de les résoudre, c'est-à-dire d'élaborer des éléments de preuve et à les critiquer.

L'enjeu de la preuve peut provenir :

- d'un conflit entre des réponses d'élèves erronées et une expérience (lorsque les connaissances et les représentations des élèves sont mises en question par une situation).
- de réponses différentes produites par les élèves « *La source d'un problème est un désaccord entre la pensée et les faits ou le désaccord des pensées entre elles* » (Mach, 1908 la connaissance de l'erreur

Dans les mises en œuvre d'un débat mathématique, veiller à ce que les élèves y élaborent et y critiquent des propositions, essentiellement dans le but d'établir la valeur de la vérité de celles-ci, de mettre en évidence l'aspect erroné de certaines d'entre elles, voire de conceptions sous-jacentes et d'appréhender les règles de la rationalité mathématique.

Catherine Boilleaut, IMF, site de Livry-Gargan